

Делия Д.С., аспирант,
Современная Гуманитарная Академия;

Кокурин Д.И., д.э.н., проф.,
кафедра Финансового менеджмента,
Финансовая Академия при Правительстве РФ

Прогнозирование внутридневного распределения объема торгов

Предложена модель прогнозирования распределения объема торгов с внутридневной адаптацией прогноза. Проведено исследование функционирования модели на рынке ценных бумаг Московской Межбанковской Валютной Биржи (ММВБ), по данным за период с июля 2007 по июль 2008 года.

Развитие современных компьютерных систем, обеспечивающих функционирование рынков ценных бумаг, привело к быстрому развитию алгоритмических систем исполнения сделок¹. Алгоритмическая система исполнения сделок — аппаратно-программный комплекс средств, способный в автономном режиме участвовать в торгах на фондовом рынке по заданию клиента, подавать и отслеживать исполнение заявок, контролировать открытие и закрытие торговых позиций². Один из основных типов алгоритмических систем³ — детерминированные алгоритмические системы, базирующиеся на заранее заданном расписании. Примером подобной системы является алгоритмическая система VWAP (Volume Weighted Average Price, средневзвешенная цена по объёму) — весь объём заказа клиента распределяется пропорционально прогнозу внутридневного распределения объема торгов на указанном промежутке времени. В данной работе рассмотрены отдельные составляющие прогноза внутридневного распределения объёма торгов ценной бумаги на фондовом рынке, и предложена методика улучшения подобного прогнозирования.

Теоретическая модель

Нас интересует распределение объема торгов определенным активом в течение дня, конкретно — сколько единиц актива (например, акций) сменят владельца в каждую минуту торгового дня. Для построения этого прогноза допустимо использовать только ту информацию, что доступна на момент прогноза

¹Temperton Paul. Trading with the help of 'guerrillas' and 'snipers' [Электронный ресурс] / Paul Temperton. — Электрон. текстовые дан. — Лондон: Financial Times, 2007. — Режим доступа: <http://www.ft.com/cms/s/92d94ba6-24e4-11d8-81c6-08209b00dd01,id=070319000878,print=yes.html>, свободный.

²Побединский А. Торговые системы-роботы на рынке ценных бумаг / А. Побединский // Рынок ценных бумаг. — 2008. — 1 (352). — 70–73.

³Mittal Hitesh. Choosing the 'Right' Algorithm Can Minimize Trading Costs in Today's Volatile Markets [Электронный ресурс] / Hitesh Mittal, James Wong. — Электрон. текстовые дан. — Investment Technology Group, Inc., 2008. — Режим доступа: http://www.itg.com/news_events/ITG_Volatility_Algo_Trading_Paper.pdf, свободный.

— например, делая прогноз внутри дня нельзя опираться на информацию о суммарном дневном объеме торгов, если торговый день еще не завершен.

Построение прогноза осуществим в несколько этапов:

- построение модели суммарного дневного объема торгов;
- построение модели распределения объема торгов внутри дня с использованием только тех данных, что доступны до начала торгового дня;
- дополнение модели адаптацией к событиям внутри дня.

Модель для предсказания дневного объема торгов

Исследование логарифмов объёма дневных торгов по всем активам (за исключением обычных акций ОАО "Ростелеком") показало наличие значимой автокорреляции (см. рис. 1). Поэтому для предсказания дневного объема торгов неким активом на основании данных, доступных до начала торговой сессии, мы воспользуемся авторегрессионной моделью первого порядка для логарифма дневного объема торгов (1):

$$\ln(V_t) = \alpha_V + \beta_V \ln(V_{t-1}) + \varepsilon_{V,t}, \quad (1)$$

где t — торговый день, V_t — суммарный объем сделок по данному активу в течение режима непрерывных торгов ММВБ в день t , α_V и β_V — коэффициенты авторегрессионной модели, которые необходимо оценить, $\varepsilon_{V,t}$ — остаток модели. Анализ остатков модели показал отсутствие автокорреляции (см. рис. 1) для 5 активов из 11, рассмотренных в данной работе. Для оставшихся 6 активов наблюдается небольшой выход за границы доверительного интервала на двух-трех значениях смещения из 20 (например, рис. 2).

Мы используем прогнозирование на один день вперед — каждый день (обозначим день, прогноз на который необходимо построить как T) модель (1) переоценивается с использованием метода наименьших квадратов на основании данных за последние 70 торговых дней (заканчивающиеся днем $T - 1$), и оценки коэффициентов $\hat{\alpha}_{V,T-1}$ и $\hat{\beta}_{V,T-1}$ используются для построения прогноза логарифма объема торгов в день T :

$$\ln(\widehat{V}_T) = \hat{\alpha}_{V,T-1} + \hat{\beta}_{V,T-1} \ln(V_{T-1}).$$

Внутридневные кривые распределения объема торгов

Внутридневная кривая распределения объема торгов указывает, какая доля от всего объема торгов в непрерывном режиме будет проторгована в течение указанного интервала времени. Для построения такой кривой торговый день разбивается на промежутки времени одинаковой длительности, и сама кривая

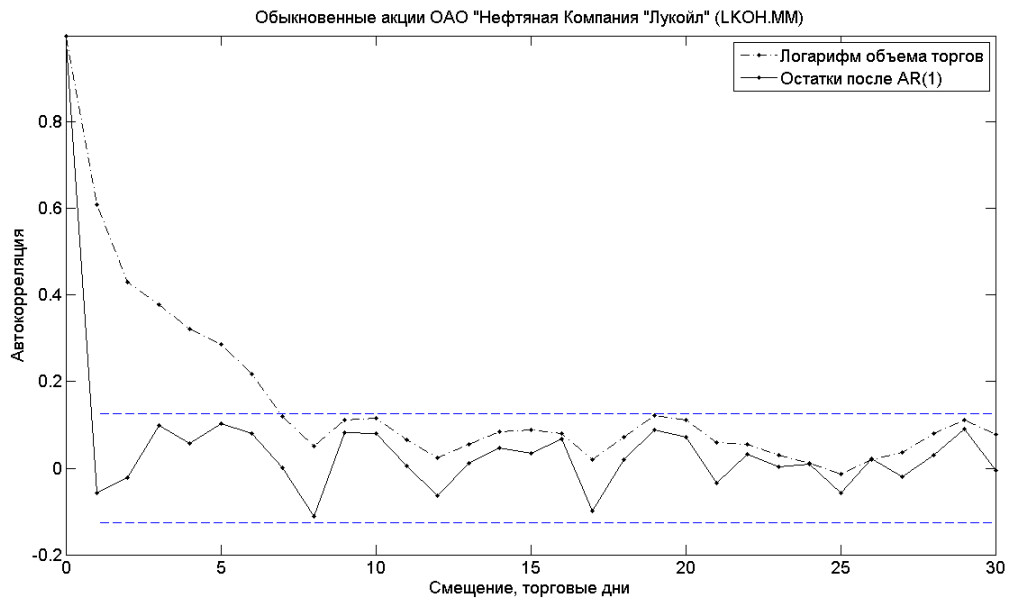


Рис. 1. Сравнение автокорреляции логарифма дневного объема торгов и остатков после регрессии AR(1) на примере акций ОАО "Нефтяная компания "Лукойл" за период с 10 июля 2007 по 10 июля 2008 года. Горизонтальные пунктирные линии - доверительный интервал для теста на отсутствие автокорреляции на 95% уровне.

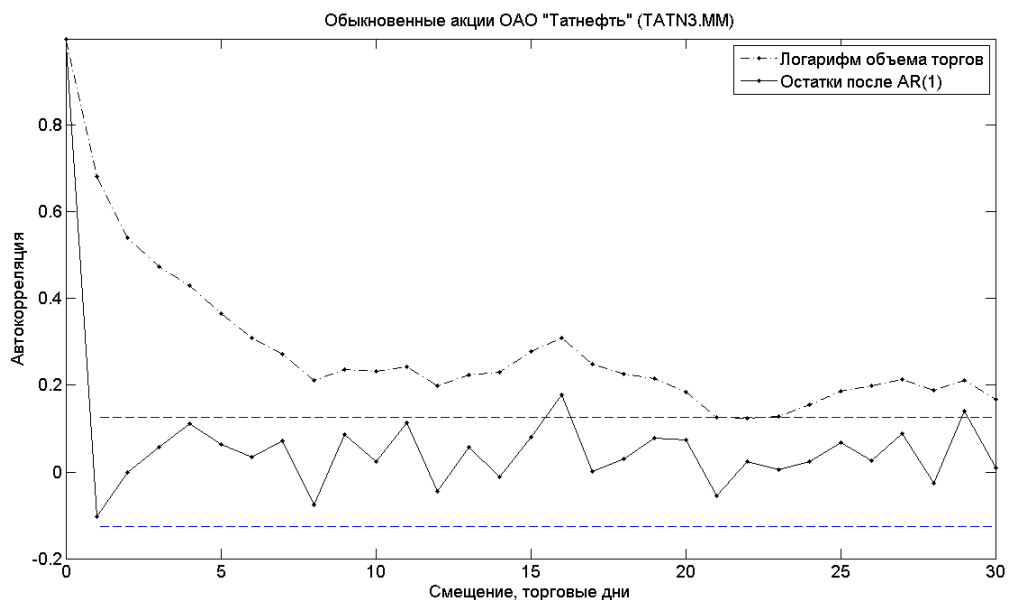


Рис. 2. Сравнение автокорреляции логарифма дневного объема торгов и остатков после регрессии AR(1) на примере акций ОАО "Татнефть" за период с 10 июля 2007 по 10 июля 2008 года. Горизонтальные пунктирные линии - доверительный интервал для теста на отсутствие автокорреляции на 95% уровне.

задается как функция, обладающая следующими свойствами:

$$\forall k, \omega(k) \geq 0; \sum_{k=1}^N \omega(k) = 1, \quad (2)$$

где k — порядковый номер интервала времени внутри дня, N — суммарное количество временных интервалов внутри дня, $\omega(k)$ — доля дневного объема торгов, проторгованная в течение интервала k .

Для оценки важности построения качественной внутридневной кривой распределения объема торгов мы сравним несколько вариантов прогнозирования процентного распределения объема торгов внутри дня:

- Равномерное распределение — самый простой вариант внутридневной кривой распределения объема — предполагает постоянство объемов торгов независимо от времени, прошедшего с открытия торгового дня: $\omega(k) = const$.
- Полиномиальная кривая 6-ого порядка: $\omega(k) = \sum_{j=0}^6 a_j k^j$
- Дамми-переменные для каждого интервала времени внутри дня: $\omega(k) = b_k$

Оценка коэффициентов для всех видов кривых, кроме равномерного распределения, проводилась с помощью метода наименьших квадратов по реализованным кривым распределения объема за последние 70 дней. После построения прогнозов по оцененным коэффициентам выполнялась нормировка кривой распределения объемов так, чтобы были выдержаны условия (2).

Прогноз проторгованного количества акций

Для прогнозирования количества акций $v_{T,k}$, которое будет проторговано в течение интервала k дня T , мы объединяем прогнозы дневного объема торгов и внутридневной кривой распределения торгов:

$$\widehat{\ln v_{T,k}} = \widehat{\ln(V_T)} + \widehat{\ln \omega_{T-1}(k)}, \quad (3)$$

где $\widehat{\omega_{T-1}(\cdot)}$ — оценка внутридневной кривой распределения торгов по данным, доступным до дня $T - 1$ включительно.

Модель внутридневной адаптации прогноза проторгованного количества акций

Как бы ни точна была теоретическая кривая распределения объема торгов, неожиданные новости и изменения в торговой активности всегда приводят к отклонениям реализованного объема от предсказанного. Для учета неожиданных всплесков и падений объема торгов по сравнению с предсказанным

количеством внутри дня мы используем следующую авторегрессионную модель:

$$\begin{aligned} y_{T,k} &= \ln v_{T,k} - \widetilde{\ln v_{T,k}}; \\ y_{T,k} &= \alpha + \beta y_{T,k-1} + \varepsilon_{T,k}, \quad k = 2..N. \end{aligned} \quad (4)$$

При прогнозировании внутри дня, коэффициенты α и β оцениваются методом наименьших квадратов по предыдущим 70 торговым дням, а финальный прогноз количества акций, проторгованных в следующий интервал времени, определяется по следующим формулам:

$$\begin{aligned} \hat{y}_{T,1} &= 0; \\ \hat{y}_{T,k} &= \hat{\alpha} + \hat{\beta} y_{T,k-1}, \quad k = 2..N; \\ \widehat{\ln v_{T,k}} &= \widetilde{\ln v_{T,k}} + \hat{y}_{T,k}, \quad k = 1..N. \end{aligned} \quad (5)$$

Оценка качества построенного прогноза

Для оценки качества прогноза объема торгов, мы сравниваем средневзвешенную по объему цену актива P_T (VWAP, Volume Weighted Average Price) в течение всего режима непрерывных торгов со средневзвешенной ценой \hat{P}_T , рассчитанной по спрогнозированному объему. Средневзвешенные цены рассчитывались по следующим формулам:

$$\begin{aligned} P_T &= \frac{\sum_{k=1}^N P_{T,k} \cdot v_{T,k}}{\sum_{k=1}^N v_{T,k}}; \\ \hat{P}_T &= \frac{\sum_{k=1}^N P_{T,k} \cdot \exp(\widehat{\ln v_{T,k}})}{\sum_{k=1}^N \exp(\widehat{\ln v_{T,k}})}. \end{aligned} \quad (6)$$

Далее, для каждого дня рассчитывалось различие между P_T и \hat{P}_T в базисных пунктах (сотых долях процента):

$$\delta_T = 10000 \cdot \frac{P_T - \hat{P}_T}{P_T}. \quad (7)$$

Если прогноз объема построен идеально, то это различие будет равно нулю. Соответственно, из двух методов прогнозирования объема лучшим будет тот, что обеспечит меньшее среднее и стандартное отклонение значения δ_T на всем интервале прогнозирования.

Эмпирические результаты

В таблице 1 приведен список ценных бумаг, исследованных в этой работе (электронные торги этими бумагами происходят на бирже ММВБ). Мы используем пятиминутные данные по объемам торгов и средневзвешенной по

Таблица 1. Список ценных бумаг

RIC код	Эмитент	Тип акций
CHMF.MM	ОАО “Северсталь”	обыкновенные
GAZP.MM	ОАО “Газпром”	обыкновенные
GMKN.MM	ОАО “Горно-металлургическая компания “Норильский никель”	обыкновенные
LKOH.MM	ОАО “Нефтяная компания “Лукойл”	обыкновенные
MTSI.MM	ОАО “Мобильные ТелеСистемы”	обыкновенные
PLZL.MM	ОАО “Полюс Золото”	обыкновенные
ROSN.MM	ОАО “Нефтяная компания “Роснефть”	обыкновенные
RTKM.MM	ОАО “Ростелеком”	обыкновенные
RTKM_p.MM	ОАО “Ростелеком”	привилегированные
SIBN.MM	ОАО “Нефтяная компания “Сибнефть”	обыкновенные
TATN3.MM	ОАО “Татнефть”	обыкновенные

объему цене за период с 11 декабря 2006 года по 10 июля 2008 года. Пятиминутные данные предоставлены компанией Deutsche Bank, и сформированы на основании данных службы Reuters TickHistory Datascope. В качестве идентификатора ценной бумаги мы используем RIC код (Reuters Identification Code) — идентификатор ценных бумаг компании Reuters.

Оценка внутридневных кривых распределения объема торгов проводилась по данным 70 предшествующих торговых дней. К примеру, прогноз внутридневных кривых распределения объема торгов для 10 июля 2007 года был построен с использованием данных начиная с 29 марта 2007 года по 9 июля 2007 года - ровно 70 торговых дней. Использовать данные по торгам до 23 марта 2007 года включительно не имеет смысла без дополнительных преобразований, так как по 23 марта 2007 года режим непрерывных торгов на ММВБ был с 10:30 до 18:45 по московскому времени, а с 26 марта 2007 длительность торгового дня была изменена⁴, и торги происходили с 10:30 до 17:45. Изменение длительности торгового дня неизбежно ведет к изменению распределения объема торгов внутри дня — трейдерам приходится смещать торговую активность так, чтобы соответствовать часам работы биржи.

Из-за того, что прогноз логарифма объема торгов $\ln(\widehat{V}_T)$ входит в модель (4), первый прогноз дневного объема необходимо построить уже для 29 марта 2007 года. Для этого дня мы используем данные по дневным объемам торгов с 11 декабря 2006 года по 28 марта 2007 года (при этом предполагая, что модель для логарифма дневного объема торгов (1) не была подвержена структурному сдвигу в районе 23 марта 2007 года).

В таблицах 2 – 4 приведены результаты прогнозирования. Рассмотрим для

⁴С 26 марта на Фондовой бирже ММВБ вступают в силу новые правила торгов, биржевая торговля останавливается в 18:00 [Электронный ресурс] — Электрон. текстовые дан. — М.: Закрытое Акционерное Общество “Фондовая биржа ММВБ”, 2007. — Режим доступа: http://old.micex.ru/press/issue_1875.html, свободный.

Таблица 2. Среднее значение δ_t за период с 1 июля 2007 по 1 июля 2008, в базисных пунктах

RIC код	Неизменная кривая			Внутридневная адаптация		
	Равномерное	Дамми-кривая	Полином	Равномерное	Дамми-кривая	Полином
CHMF.MM	192.00	170.47	170.09	2.43	1.76	1.71
GAZP.MM	6.03	6.68	6.28	2.48	1.97	1.99
GMKN.MM	6.63	7.03	6.75	2.61	2.17	1.90
LKOH.MM	4.89	5.92	5.55	1.82	1.40	1.47
MTSI.MM	117.60	92.70	92.41	0.97	0.19	0.17
PLZL.MM	56.32	48.18	48.25	6.97	5.91	5.87
ROSN.MM	9.33	9.91	9.85	4.20	3.99	4.03
RTKM.MM	238.46	207.55	210.46	4.45	3.24	2.99
RTKM_p.MM	66.17	60.94	62.27	3.20	3.20	3.22
SIBN.MM	192.17	167.59	168.58	4.98	4.59	4.50
TATN3.MM	11.58	11.21	10.53	2.32	1.81	1.84

примера результаты по TATN3.MM. По таблице 2 видно, что использование неизменной кривой распределения объема внутри дня приводило, в среднем, к недооценке средневзвешенной по объему цены на примерно 11 базисных пунктов. Использование же внутридневной адаптации прогноза объема торгов снизило это расхождение в среднем примерно в пять раз, а меры разброса этого расхождения - примерно в два раза. Одной из основных причин такого изменения является оперативное реагирование на резкие всплески и падения торговой активности, происходящих, к примеру, из-за появления новостей.

Внутридневная адаптация прогноза объема торгов значительно уменьшает среднее значение и разброс отклонений P_T и \hat{P}_T , что является свидетельством в пользу данного метода. Примечательно, что использование усложненных моделей для внутридневных кривых распределения объема оказывает малый эффект на качество финального прогноза. Тем не менее, минимальные значения среднего δ_t , среднего $|\delta_t|$ и стандартного отклонения δ_t (выделены жирным шрифтом в таблицах 2 – 4) в большинстве случаев достигались при использовании полиномиальной либо дамми-кривой для внутридневного распределения объемов.

Заключение

Таким образом, использование внутридневной адаптации прогноза объема торгов позволяет значительно улучшить качество прогноза (измеренное по разнице между реализованной средневзвешенной ценой и средневзвешенной ценой по спрогнозированной кривой).

Использование такого прогноза при построении алгоритмической системы исполнения заказа внутри дня позволит значительно снизить риски проскальзывания цены и выполнения заказа по неблагоприятным ценам (по сравнению с использованием неизменной кривой распределения объема внутри дня).

Таблица 3. Среднее значение $|\delta_t|$ за период с 1 июля 2007 по 1 июля 2008, в базисных пунктах

RIC код	Неизменная кривая			Внутридневная адаптация		
	Равномерное	Дамми-кривая	Полином	Равномерное	Дамми-кривая	Полином
CHMF.MM	198.05	176.63	176.29	15.40	15.20	15.34
GAZP.MM	12.11	13.36	12.94	6.69	6.60	6.69
GMKN.MM	14.92	16.93	16.60	9.23	9.23	9.82
LKOH.MM	13.54	14.98	14.58	7.83	7.74	7.88
MTSI.MM	128.59	101.42	101.19	14.75	11.51	11.60
PLZL.MM	64.77	57.19	57.23	15.34	15.11	15.12
ROSN.MM	16.57	17.34	17.29	9.64	9.69	9.68
RTKM.MM	244.12	211.84	214.57	19.23	14.67	14.38
RTKM_p.MM	77.62	73.18	74.46	15.86	16.82	16.83
SIBN.MM	199.87	175.67	176.63	14.28	15.11	14.96
TATN3.MM	25.45	24.39	23.77	12.68	12.00	12.09

Таблица 4. Стандартное отклонение δ_t за период с 1 июля 2007 по 1 июля 2008, в базисных пунктах

RIC код	Неизменная кривая			Внутридневная адаптация		
	Равномерное	Дамми-кривая	Полином	Равномерное	Дамми-кривая	Полином
CHMF.MM	251.78	227.69	225.47	22.37	21.75	21.87
GAZP.MM	27.62	38.18	34.16	9.74	10.05	10.18
GMKN.MM	30.22	40.24	37.77	13.83	13.34	14.81
LKOH.MM	29.26	39.12	35.24	12.17	11.68	11.93
MTSI.MM	206.75	169.24	165.36	23.26	18.19	18.32
PLZL.MM	110.07	97.48	96.57	26.68	25.14	25.19
ROSN.MM	32.23	37.55	36.48	14.22	13.72	13.71
RTKM.MM	240.40	239.84	229.54	27.36	21.23	20.77
RTKM_p.MM	190.39	197.97	203.31	25.42	25.48	25.51
SIBN.MM	382.73	340.39	340.51	20.22	20.42	20.30
TATN3.MM	46.31	47.27	44.46	18.92	17.51	17.61

Список литературы

- [1] Mittal Hitesh. Choosing the ‘Right’ Algorithm Can Minimize Trading Costs in Today’s Volatile Markets [Электронный ресурс] / Hitesh Mittal, James Wong. — Электрон. текстовые дан. — Investment Technology Group, Inc., 2008. — Режим доступа: http://www.itg.com/news_events/ITG_Volatility_Algo_Trading_Paper.pdf, свободный.
- [2] Temperton Paul. Trading with the help of ‘guerrillas’ and ‘snipers’ [Электронный ресурс] / Paul Temperton. — Электрон. текстовые дан. — Лондон: Financial Times, 2007. — Режим доступа: <http://www.ft.com/cms/s/92d94ba6-24e4-11d8-81c6-08209b00dd01,id=070319000878,print=yes.html>, свободный.
- [3] Побединский А. Торговые системы-роботы на рынке ценных бумаг / А. Побединский // Рынок ценных бумаг. — 2008. — 1 (352). — 70–73.
- [4] С 26 марта на Фондовой бирже ММВБ вступают в силу новые правила торгов, биржевая торговля останавливается в 18:00 [Электронный ресурс] — Электрон. текстовые дан. — М.: Закрытое Акционерное Общество “Фондовая биржа ММВБ”, 2007. — Режим доступа: http://old.micex.ru/press/issue_1875.html, свободный.